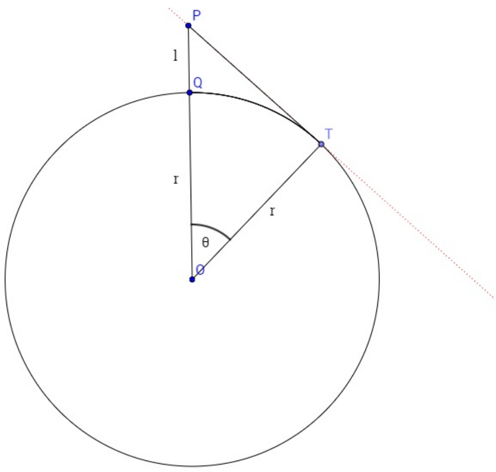
La Trigonometría y el Horizonte del Mar

Felipe Riquelme

Yo parado en el lugar donde terminan las olas, mirando a aquello que parece ser infinito. Ciertamente no lo es. Una línea siempre visible a lo lejos, el horizonte. De niño siempre me pregunté cuánto de mar es lo que realmente veía en aquella situación. Fue recién cuando tuve mi primer curso de trigonometría que obtuve las herramientas para responder tal pregunta.

En términos generales la Tierra es esférica. Sabemos que es achatada en los polos, pero no pierdo mucho al pensar en ella como una perfecta esfera. Esta tiene un radio. Le llamaremos r para no perder generalidad. En un futuro lejano podríamos estar mirando el horizonte en otro planeta, y el cálculo sería exactamente el mismo. Pensemos que una persona cualquiera (quizás un extraterrestre si lo desean de modo más general aún) mide de pies a ojos l metros. Si tal persona se encuentra mirando al horizonte, la imagen sería aproximadamente esta



En la figura, O es el centro de la Tierra, P el punto donde se encuentran los ojos de la persona y T aquel punto en la Tierra donde se termina su campo de visión (la línea del horizonte). Para maximizar el campo de visión se deben satisfacer dos cosas. De partida, mi visión debe mirar algún segmento de la Tierra, y además, no me puede restar terreno por mirar, estando en mi campo de visión. Es algo confuso quizás pero en resumidas cuentas solo intento demostrar con palabras que el triángulo formado por los puntos P, T y O es rectángulo en T. Dicho de otra manera, la recta formada por mi visión (digamos, la recta que pasa por los puntos P y T) es tangente. Si Q denota el punto de la Tierra donde la persona está parada, entonces la distancia que queremos calcular es simplemente el arco de circunferencia determinado por Q y T. Si el ángulo θ determinado por POT se encuentra medido en radianes, entonces el arco mide $r \cdot \theta$. Debemos encontrar entonces una manera de medir el ángulo θ. Aquí entra en juego finalmente la trigonometría. El cálculo usa solo la definición de la función coseno.

$$\cos(\theta) = \frac{r}{r+l} \quad \Rightarrow \quad \theta = \arccos\left(\frac{r}{r+l}\right).$$

Finalmente, la distancia observable en el horizonte es $r \cdot \arccos\left(\frac{r}{r+l}\right)$. Si una persona de $l = 1{,}75$ metros, parada en el borde del mar terrestre; es decir, cuando $r = 6{,}371{,}000$ metros, mira hacia el horizonte, entonces ella está mirando aproximadamente 4.722 metros, casi 5 kilometros.

Todo estos cálculos son hechos en base a una situación ideal. En la realidad intervienen muchos otros factores. 10 centímetros hacen bastante diferencia en la distancia observable, mucha más diferencia la hace el efecto de las mareas. En fin, esto es solo un juego trigonométrico. ¡Hay que atreverse a usar las matemáticas en la vida cotidiana!