



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



PRUEBA 2 ESPACIOS MÉTRICOS (IMA1401)

Problema 1. Sea (X, d) un espacio métrico. Sea $z \in X$ un punto arbitrario y defina la función $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = d(x, z)$. Muestre que f es uniformemente continua.

Problema 2. Sea $(x_n)_n$ una sucesión de números reales tal que existen $a, b \in \mathbb{R}$ verificando

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = a \quad \text{y} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n-1} = b.$$

¿Bajo qué condiciones la sucesión $(x_n)_n$ es una sucesión de Cauchy?

Problema 3. Sea $X = \mathbb{R}$ dotado de la métrica discreta d . ¿Es (X, d) un espacio métrico completo? Justifique su respuesta.

Problema 4. Sea (X, d) un espacio métrico completo. Sea $(x_n)_n$ una sucesión de puntos en X tal que $d(x_n, x_{n+1}) < 1/n^2$. Demuestre que $(x_n)_n$ es una sucesión convergente.